

TV 2
Eğlenceli MATEMATİK
+ $0+1=1$ $0+1=1$
%

EĞLENCELİ MATEMATİK

SERHAN Büyükkeçeci



TİMAS
T

İÇİNDEKİLER

| | |
|-----------------------------|----|
| Giriş..... | 7 |
| Sayılar | 10 |
| Asal Sayılar..... | 12 |
| Pascal Üçgeni..... | 13 |
| Sonsuz | 15 |
| Pi..... | 16 |
| Fermat'ın Son Teoremi | 18 |
| Çokgen Sayılar..... | 19 |
| Altın Oran | 20 |
| Moebius Şeridi | 21 |
| Paradokslar..... | 23 |
| Napier Kemikleri..... | 27 |
| Sihirli Kareler..... | 29 |
| Matematik Hikâyeleri | 32 |
| Mükemmel Sayılar | 36 |
| Pisagor Üçgeni | 38 |
| Fibonacci Dizisi | 39 |
| Doğduğunuz Gün | 41 |

| | |
|---|----|
| <i>Sabit Sayılar</i> | 45 |
| <i>Bölünebilme</i> | 46 |
| <i>Konikler</i> | 50 |
| <i>Belirsizler</i> | 51 |
| <i>İlginç Teoremler</i> | 53 |
| <i>Beş Katı Cisim</i> | 57 |
| <i>Euclid Geometrisi</i> | 58 |
| <i>Pratik Hesap</i> | 59 |
| <i>Kök Alma</i> | 61 |
| <i>Oyunlar</i> | 63 |
| <i>Roma Rakamları</i> | 83 |
| <i>Thales Teoremi</i> | 85 |
| <i>Trigonometri</i> | 86 |
| <i>“19” Hakkında</i> | 88 |
| <i>Müslüman Matematikçiler</i> | 90 |
| <i>Alan Hesapları</i> | 92 |
| <i>Hacim Hesapları</i> | 93 |
| <i>Ağırlık, Uzunluk, Alan, Hacim Ölçüleri</i> | 94 |
| <i>Matematik Sembolleri</i> | 95 |
| <i>Matematik Sözlüğü</i> | 99 |

GİRİŞ

Matematik! Çoğumuzun korkulu rüyası, sınıfta kalma sebebi, başının belâsı... Gerçekten de matematik o kadar tehlikeli ve korkunç mu? “Evet. Hatta daha fazlası!” diyenlerin, bu kitabın sonuna geldiğinde fikirlerinin değişeceğine eminiz.

Matematikçiler, farklı insanlardır. Küçük matematik oyunlarıyla karşılarındakileri hayrete düşürürler, eğlendirirler, eğitirler... Kitapta, matematiğin temeli olan bazı teoremler ve hesaplamalar kısaca anlatılmıştır. Sadece bunlar bile, matematiğin bir sanat olduğunu göstermeye yeter. Bir de son bölüme, çok büyük bir eksiklik ve ihtiyaç olan “Matematik Sözlüğü” eklenmiştir. Sözlüğün özellikle İngilizce kısmının hazırlanması sırasında yardım ve desteğini esirgemeyen sayın Tekin Canitez’e ayrıca teşekkür ederiz.

Eğlenceli Matematik’e sık sorulan sorularla başlıyoruz. İyi eğlenceler...

– *Şu matematik dedikleri de ne?*

– Ölçme, değerlendirme, sıralama, sınıflandırma gibi temelleri olan ve hesaplama esasına dayanan bir bilimdir. Kendi içinde de beş yüzden fazla dalı mevcuttur.

– *Ne işe yarar ki?*

– Çok işe yarar. Matematikle ilgili olmayan hiçbir bilim dalı veya meslek yoktur. Tarihçinin kronolojisi, şairin hece ölçüsü, sporcunun rekorları, manavın terazisi, şoförün kullandığı yakıt miktarı... hep matematikle ilgilidir. Ancak çoğumuz için matematiğin sadece temeli olan dört işlemi bilmek bile yeterlidir. Saate bakmak için bile rakamları bilmek gerekir.

– *Ben yine de matematikten korkuyorum.*

– Peki neden? Matematiğin zor olduğunu mu düşünüyorsunuz? Belki bazen sıkıcı olabilir ama bu hiçbir zaman zor olduğu manasına gelmez.

– *Bildiğim kadarı ile bir sürü lüzumsuz bilgi öğretiyorlar. Çoğunu hayatta hiçbir zaman kullanmayacağız. Değil mi?*

– Kısmen doğru sayılabilir. Lüzumsuz görünen bilgi çok. Ama hepsinin mutlaka bir öğretilme sebebi var. Matematik soyut bir bilim olduğu için işlemler, ya kağıt üzerinde ya da zihinden yapılır. Bu da lüzumsuz(!) bilgiler tarafından zekânın zorlanması ve gelişmesi demektir. Matematik meraklılarının büyük bir çoğunluğu zekî insanlardır. “Korkuyorum”, “sevmiyorum” gibi bahaneler ise sadece iyi düşünülmeden söylenmiş sözlerdir. Hem matematikten anlamak için çok zekî olmak da gerekmez.

– *Matematiği bilmesem ya da hiç öğrenmesem ne kaybederim?*

– Aslında çok şey kaybedersiniz. Bunların neler olduğunu anlatmak çok zordur. Ancak matematiği öğrenince “İyi ki öğrenmişim” dersiniz. Tabii ki teferruatlı bilgi şart değildir. Ama matematik bilmemek, büyük bir eksikliktir. Sıradan bir insan için bilgisayar kullanmayı öğrenmek çok gerekli olmayabilir. Ancak öğrendikten sonra önceki halindeki boşluğu hisseder ve “bilmeseydim de olurdu” demez. Unutmayın ki matematikçiler, farklı ve gizemli insanlardır.

– *Şu matematiği merak etmeye başladım. Sevmek ve öğrenmek için işe nasıl başlamalıyım?*

– Bu düşüncenizin olması bile matematiği sevme ve öğrenmede ilk ve en mühim adımdır. Hayat boyu matematikten kaçış yoktur. En iyisi onu severek kullanmak. Yoksa sevmeden ve sıkıcı olduğunu düşünerek matematiği kullanmak gerçekten de çok sıkıcı olur. İlk iş olarak elinizdeki kitabı dikkatle okuyabilirsiniz.

– *Bu kitabın matematiği sevmede bana ne faydası olacak?*

– Öncelikle kitabın sonuna geldiğinizde matematiğin hiç de korkutucu ve zor olmadığını, aksine matematik bilmenin size diğer insanların yanında itibar ve farklılık kattığını göreceksiniz. Matematikle oyun oynayabileceğinizi, insanları şaşıratabileceğinizi, kısacası eğlenebileceğinizi anlayacaksınız.

SAYILAR

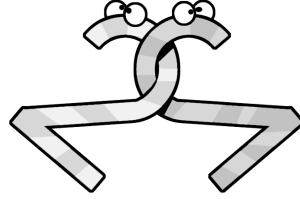
Matematiğin temeli sayılardır. Her sayı rakamlardan oluşur. İlk 10 rakama tarih boyunca muhtelif manalar yüklenmiştir. İşte bunlardan bazıları.

0 (Sıfır): Yokluk, hiçlik, boşluk. “Nokta” sıfır boyutludur (boyutsuz).

1 (Bir): Teklik, başlangıç, tüm sayılar birlerden oluşur. “Doğru”nun tek boyutu vardır.

2 (İki): Zıtlık, gece-gündüz, hayat-ölüm, siyah-beyaz, doğru-yanlış, varlık-yokluk... İlk çift sayıdır. Hatta bazı filozoflar “1”e, daha ilâhî manalar yükledikleri için sayıları ikiden başlatırlar. Düzlemdeki şekiller iki boyutludur.

Kim zıtlık çıkarıyormuş canım.
Yok öyle birsey..



3 (Üç): “3”ün ilâhî mesajları olduğuna inanılır. Yunus (a.s.) balığın karnında 3 gün kalmıştır. Hz. Muhammed (s.a.v) ile Hz. Ebubekir (a.s.) mağarada 3 gün saklanmışlardır. Yusuf (a.s.), 3 gün sonra kuyudan çıkarılmıştır. Ayrıca üç aylar mübarektir. Ramazan ayı 30 (3+0=3) gün, ramazan bayramı 3 gün sürer. Tavuk yumurtası, 21 (2+1=3) günde olgunlaşır. Güneş sisteminde 12 (1+2=3) gezegen olduğu tahmin edilmektedir. En basit kapalı düzlem, üçgendir.

Ya ben şimdi kaçım?



4 (Dört): 4 büyük melek, 4 mevsim, 4 büyük kutsal kitap, yaradılışın 4 unsuru (hava, su, ateş, toprak)

vardır. Ana karnındaki bebek, dördüncü ayda ruh alır. Bebek normal şartlarda 40 (4+0=4) hafta sonra doğar. Üç boyutlu ve en az yüzeyli cismin “dört” yüzü vardır (üçgen piramit). 4, aynı sayının toplamı, çarpımı ve üslü şekilde yazılabilen ilk ve tek sayıdır.

$$2 + 2 = 2 \times 2 = 2^2$$

- 5 (Beş):** Bir yılda 365 (3+6+5=14, 1+4=5) gün vardır. İnsandaki 5 his (görme, işitme, tad alma, koklama, dokunma), beşin vücutla ilgisini gösterir. Dünya, çekirdek (barisfer), ateş küre (prosfer), taş küre (litosfer), su küre (hidrosfer), hava küre (atmosfer) olmak üzere 5 katmandan oluşur.
- 6 (Altı):** Mükemmel sayıların ilkidir. (bkz. Mükemmel Sayılar) Bir günde 24 (2+4=6) saat, bir saatte 60 (6+0=6) dakika, bir dakikada 60 (6+0=6) saniye vardır. Kur'an-ı Kerim'de 114 (1+1+4=6) sûre bulunur. Petekler, kar kristalleri altıgendir. Üç boyutlu bir başka düzgün cisim olan küp, altı yüzlüdür. Ayrıca 6, iki defa “3”ün özelliklerini taşır.
- 7 (Yedi):** 7 renk, 7 nota, haftada 7 gün gibi, yedinin karşımıza çıktığı yer çoktur. Ashab-ı Kef 7 kişidir. Fatıha sûresi 7 ayet ve 28 kelimedenden (1+2+3+4+5+6+7=28) oluşur. 7 cehennem yaratıldığı anlatılır.
- 8 (Sekiz):** Üç boyutlu düzgün şekillerden üçüncüsü “sekizyüzlü”dür. 8 cennet vardır. İki defa “4”ün özellikleri vardır.
- 9 (Dokuz):** Daire, 360°'ye ayrılır (3+6+0=9). Bebeğin ana karnındaki 40 haftası, 9 aya eşittir. En küçük sihirli karede 9 kare vardır (bkz. Sihirli Kareler). Allah (c.c.)'in 99 (9+9=18, 1+8=9) ismi vardır. Üç defa “3”ün özelliklerini taşır.

ASAL SAYILAR

Sadece kendisine ve “1”e bölünebilen sayılardır. Aslında her sayı zaten “1” ve kendisine bölünür. Bu kuralı düşünmezsek, “hiçbir sayıya bölünemeyen sayılar” olarak da tanımlayabiliriz. Asal sayılar “2”den başlar. Tek “çift” asal sayı “2”dir. 100’e kadar olan asal sayılar:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97...

Sonsuz asal sayı vardır. Ancak herhangi bir sayının asal olup olmadığını anlamamız için bir formül henüz bulunamamıştır.

Yunanlı matematikçi Erato, kendi bulduğu “kalbur” yöntemi ile asal sayıları tesbite çalışmıştır. Bu yöntemle göre önce 1’den itibaren istenildiği kadar sayı yazılır. Sonra “2” işaretlenir. 2’nin katları olan sayılar karalanır. “3” işaretlenir, “3”ün katları olan sayılar karalanır. “4” daha önce “2”nin katı olduğu için karalandığından “5”den devam edilir... İşaretli sayılar asaldır.

* * *

| | |
|---------------|-----------------|
| 1 x 8 | + 1 = 9 |
| 12 x 8 | + 2 = 98 |
| 123 x 8 | + 3 = 987 |
| 1234 x 8 | + 4 = 9876 |
| 12345 x 8 | + 5 = 98765 |
| 123456 x 8 | + 6 = 987654 |
| 1234567 x 8 | + 7 = 9876543 |
| 12345678 x 8 | + 8 = 98765432 |
| 123456789 x 8 | + 9 = 987654321 |

PASCAL ÜÇGENİ

Pascal (Paskal)'dan yüzyıllar önce Müslüman bilim adamı Ebubekir Kerhî tarafından bulunan “Pascal Üçgeni”, şekilde de görüldüğü gibi kenarlarda “1” olmak üzere her sayı, üstündeki iki sayının toplamı olarak yazılacak şekilde oluşturulur.

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|-----|-----|----|----|---|---|
| | | | | 1 | | | | | |
| | | | | 1 | | 1 | | | |
| | | | 1 | | 2 | | 1 | | |
| | | 1 | | 3 | | 3 | | 1 | |
| | 1 | | 4 | | 6 | | 4 | | 1 |
| | 1 | 5 | | 10 | | 10 | 5 | | 1 |
| | 1 | 6 | 15 | | 20 | | 15 | 6 | 1 |
| | 1 | 7 | 21 | 35 | | 35 | 21 | 7 | 1 |
| 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 | 8 | 1 | |
| 1 | 9 | 36 | 84 | 126 | 126 | 84 | 36 | 9 | 1 |

Pascal üçgeninin bazı özellikleri:

- * Kenarlar “1”den oluşur.
- * İkinci sıra, pozitif tamsayılar serisidir.
- * Üçüncü sıra, üçgen sayılardır. (1, 3, 6, 10 15,...)
- * Aynı yöndeki sayıların(beyaz) toplamı, seçtiğimiz son sayının ters yönündeki sayıya eşittir.
Örnek: $1+2+3=6$, $1+5+15+35=56$, $1+7+28=36$ gibi.
- * Her yatay sıradaki sayıların toplamı, ‘sıfır’dan başlamak üzere “2”nin üslerini verir. 2^0 , 2^1 , 2^2 , 2^3 , 2^4 ,...
- Örnek: 5. yatay sıradaki sayıların toplamı, $1+4+6+4+1=16=2^4$

- * Her yatay sıra, yine ‘sıfır’ dan başlamak üzere kendi derecesinden bir polinomun katsayılarını verir.

Örnek: $(a+b)^3=1a^3+3ab^2+3a^2b+1b^3$ İlk defa Ömer Hayyam tarafından bulunan bu açılıma “*Binom Açılımı*” denir.

* * *

$$1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$$

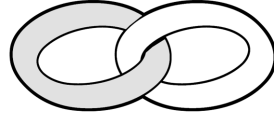
$$8208 = 8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4$$

$$9474 = 9^4 + 4^4 + 7^4 + 4^4$$

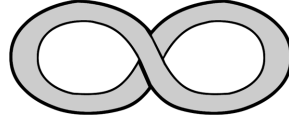
∞ (SONSUZ)

Sonsuz, sadece matematikçilerin değil, düşünen herkesin ilgisini ve merakını çekmiştir. Sonsuz'u sayı olarak düşünürsek; aklımızı zorlayıp "en büyük sayı"ya ulaştığımızı kabul edelim. O sayının mutlaka 1 fazlası olacağından yeni sayılar elde edebiliriz.

Meselâ sayı doğrusunda 0 ile 1 arasında sonsuz adet reel sayı vardır. 0 ile 10 arasında da sonsuz adet sayı olduğuna göre bu iki sonsuz da birbirine eşit olamaz. Bu yüzden matematikte "sonsuz/sonsuz" ifadesi tanımsızdır. Aynı şekilde 1^∞ ifadesi de henüz tanımlanamamıştır. Hâlbuki 1'in tüm üsleri 1'e eşit olmalıdır.



**iki sıfırla
bir sonsuz arasında
ne fark var?**

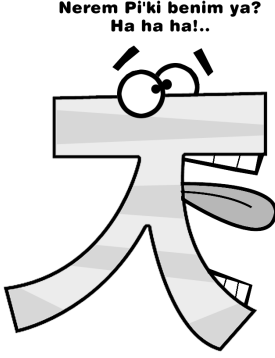


Kâinata kaç adet "atom" olduğu sorulsa kaç derdiniz? Herhalde aklınıza gelebilecek en büyük sayıyı söylediniz. Sizce 10^{73} nasıl bir sayı? Büyük bir ihtimalle sizin tahmininizden küçük. Ama tüm kâinattaki gezegenlerin, yıldızların, asteroitlerin ... atom sayısı işte bu kadar. (Araştırmalar sonucundaki tahmini sayı).

Kâinatın sonu neresi? Herhalde kâinat da bir yerde bulunuyor. Ayrıca saniyede 60 bin km hızla genişlediği (şişen bir balon gibi) ilmî bir gerçek. Nerede, neyin içinde, nereleri kaplayarak genişliyor? Bundan sonrası ancak tahmin edilebilir. Şimdilik bunlar sır.

Şimdi "sonsuz"un ne kadar büyük olduğu daha iyi anlaşılıyor (veya anlaşamıyor:) değil mi?

π (Pi):



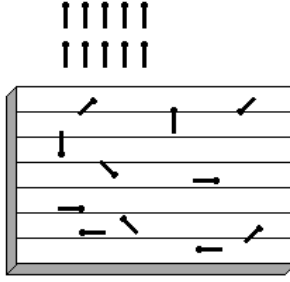
Kısaca “bir dairenin çevresinin, çapına bölümü” olarak tarif edilen pi sayısının geçmişi çok eskilere dayanır. Yüzyıllarca pi hakkında araştırmalar ve hesaplamalar yapılmıştır. İçin ilginç tarafı, hâla pi sayısının tam değeri bulunamamıştır.

Arşimet $3.1/7$ ile $3.10/71$ arasında bir sayı olarak hesapladı. Mısırlılar 3.1605 , Babilliler $3.1/8$, Batlamyus 3.14166 olarak kullandı. İtalyan Lazzarini 3.1415929 , Fibonacci ise 3.141818 ile işlem yapıyordu. 18. yy'da 140, 19. yy'da 500 basamağa kadar hesaplandı. İlk bilgisayarlarla 2035 basamağı hesaplanırken günümüzde milyonlarca basamağa kadar çıkılıyor. Ancak belirli bir basamaktan sonra devir olmadığı için kesin sonuca ulaşılmıyor. Zaten pek çoğumuz için virgülden sonraki kısım çok da mühim değil. İlköğretim kurumlarında ise işlem kolaylığı bakımından pi ya 3, ya da $22/7$ olarak alınır.

$$\pi = 3,1415926535\dots$$

Pi sayısını hesaplamada çeşitli usuller kullanılmıştır. Bunların en ilginçisi kibrit çöpleri ile yapılandır. Kısaca anlatmak gerekirse:

şekildeki gibi, aralarında bir kibrit çöpü boyunda boşluk olan çizgiler çizilmiş bir tablo ve bir miktar kibrit çöpüne ihtiyacımız var.



Kibrit çöplerini sırası ile tablonun üzerine atıyoruz. Atılan tüm çöplerin, çizgiye temas edenlere oranı pi sayısını verir. Ne kadar çok çöp kullanırsak, gerçek değere o kadar fazla yaklaşırız.

* * *

$$\begin{aligned}142857 \times 1 &= 142857 \\142857 \times 2 &= 285714 \\142857 \times 3 &= 428571 \\142857 \times 4 &= 571428 \\142857 \times 5 &= 714285 \\142857 \times 6 &= 857142\end{aligned}$$