

TAKTİK MATEMATİK

FORMÜLLERİN GİZEMİ

KJARTAN POSKITT



İÇİNDEKİLER

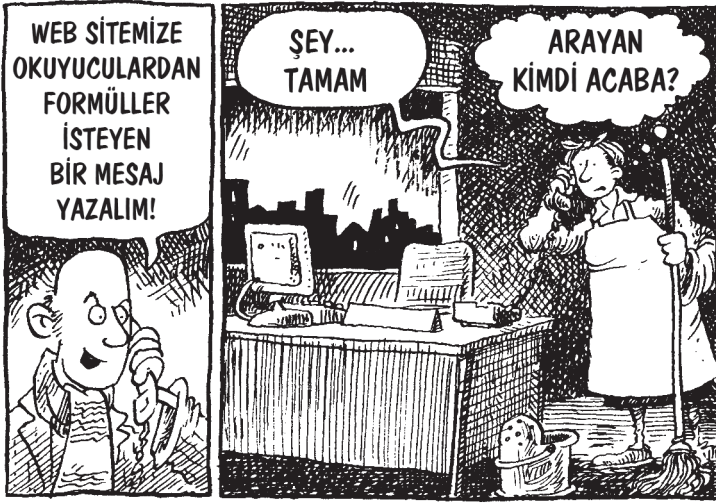
Bu Kitap Nasıl Yazıldı?.....	5
İhtiyacınız Olabilecek Tüm Şekil ve Formüller.....	10
Sayılar, Pizza Dilimleri ve Uzaylı Tercümanlar.....	16
Hareket Hâlinde.....	37
Gücü Hissedebiliyor musun?.....	60
Para!.....	69
Permütasyon, Kombinasyon ve Bilinmez Formül.....	80
Acayip Kutular.....	91
π Formülleri.....	98
Karttan Evler ve Diğer Garip Formüller.....	132

BU KİTAP NASIL YAZILDI?

Bir varmış bir yokmuş... Sosisli sandviç tarifleri yazmaya karar veren tembel bir yazar varmış. Masasının başına oturmuş ve aklına gelen tüm sosisli sandviç tariflerini yazmış (yani sadece iki tanesini) ve üç dakika sonra yeterince yazdığını düşünüp hâlimden memnun bir biçimde dinlenmek için yatağına uzanmış. Çok geçmeden uykuya dalmış ve bir kâbus görmeye başlamış.



Yazar soğuk terler dökerek uyanmış. Böyle bir durumda ne yapabilirmiş ki? Kitabına eklemeye değer tüm temel formülleri eklediğinden nasıl emin olabileceğini düşünmüş. Sonra aklına harika bir fikir gelmiş.



İşte böyle oldu. Bu kitap yazılırken pek çok Eğlenceli Matematik hayranı formüllerle ilgili mesajlarını ve tavsiyelerini gönderdiler. Bazılarının gönderdiği formüller o kadar karışık ki biz bile onların ne işe yaradığını anlamadık ve kitaba koymadık! Ayrıca birkaç tane de çok beğendiğimiz fakat kullanamayacağımız formül aldık. Yeni kardeşleri doğan iki erkek kardeşten de bebeğin tükettiği süt miktarı, sırtına kaç kere vurulması gerektiği ve gece kaç kere uyandığıyla ilgili burada basamayacağımız formüller aldık.

Bu nedenle kitaba dalmadan önce kitapla ilgili tavsiyelerde bulunan herkese teşekkür etmek istiyoruz:

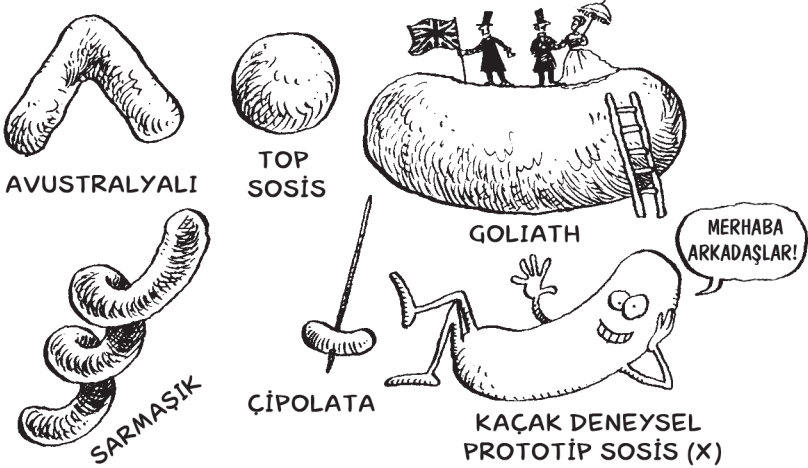
Matt Kimton ve Tom Winch, Steven Charlton, Ana “Sunny” Marin, Michael Jones, Jez McCullough, Steven Watts, David Smith, Alex Jeffreys, Thomas Gooderidge, Hu Yi Jie, Paul Vartjes, Adam Lane, Stephen Hartwell, Joachim Worthington, Gail Weiss, Tom Wilkinson, Daniel Branch, Ben Sheldon, Tom

Sedgwick, Jordan Watts, Nick Dec, David Fox, Alasdair Chi, Sanchit Kumar, Ugrid, Sarah Higginson, Monika Dembinska, Jonathan Haris, Georgia Gillard, David Ross Smith, Kweku Abraham, Daniel Fretwell, Lottie Greenwood, Ian Howard, Jessie BC, Andrew Windsor, Don Berry, Sam Derbyshire, Shanthan Golden, Matthew Sheeran, Benjo Bong, Jeffrey Mei, Jenny Wood, Samuel Walker, Carl Turner, Harry and Charlie Kind (ve bebek Grace)

** Uyarı! Bu liste en az bir öğretmen ve iki GERÇEK Saf Matematikçi içermektedir.**

Bu insanların en az 10 tanesi kitapta görülmektedir.

Mükemmel sosisli nedir?



Son 3000 senedir mütevazı sosis pek çok uygarlık tarafından kendi kültürlerine adapte edildi. Örneğin, ABD, Yarrowkey'den bir aşçı süper uzunlukta baharatlı sosisler yaparken Transilvanya'dan bir kasap siyah, uzun sivri diş şeklindeki sosisleriyle ünlüydü.

Ayrıca kutunun içinden fırlayan oyuncaklarda kullanılan doldurulmuş İsveç kıkırdak sosisi vardı ve Asya'daki arkeologlar hâlâ Yukarı Ketçapya'nın liman ağzındaki tepede duran mistik Büyük Yedi-Köşeli sosisin kalıntılarını bulma ümidini taşıyorlar.

Herkes sosisin yüzyıllardır sanata, bilime ve kültüre büyük katkılar sağladığını kabul etse de ortada hep bir problem vardı. Bu sosileri yaparken kimse tam olarak ne kadar zar ve dolgu gerektiğini bilemiyordu çünkü hacim ve yüzey alanını hesaplayamıyorlardı. Bu sosislerin ölçülerini almak her zaman çok zordu ve toplam değerlerin hesaplanması çok karmaşıktı. Bu nedenle Eğlenceli Matematik *mükemmel* sosisi tasarlayarak insanlığın yardımına yetişmeye karar verdi.



Bu sosisi mükemmel yapan şey hacim ve yüzey alanının iki ayrı formülle elde edilmesidir, sosisini iki ucunu kesip yan yana koyduğunuzda tam bir küre meydana gelir ve ortada kalan kısım tam silindir şeklindedir. Bu kurnaz tasarım sayesinde yapmanız gereken tek şey sosisin boyunu ve enini ölçmek ve sonuçları mükemmel sosis formüllerine uygulamaktır.

Bu, bütün dünyanın beklediği büyük buluştur.

Ancak dünyanın birazcık daha beklemesi gerekiyor çünkü 123. sayfaya kadar mükemmel sosisin formülüne sahip olmayacağız.

Bundan önce paraıyla, araba yarışlarıyla, posta pullu zarfların yırtılması ve kurabiyeniz için ne kadar şeker gerektiğiyle ilgili formülleri öğreneceğiz. Şunu unutmayın:

Formüller sadece sosislerin nasıl olması gerektiğini çözer, sizin hayatınızı da çözer.

Sevgili Eğlenceli Matematik,

Kitabınızın sadece ilk sayfasını okudum ve şimdiden sinirden köpürüyorum. Formül bir Latin kelimedir ve bu kelimenin çoğul hâli “formüller” değil “formulae”dir. Sizin gibi bilgisiz insanlar sayesinde kelime böyle kullanılmaktadır. Kendinizden utanmalısınız! Cık, cık.

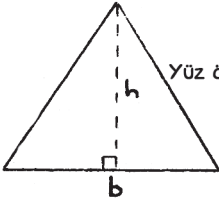
En içten ukalalıklarımınla,

*Humphrey Stuckup,
Edebiyat Profesörü*

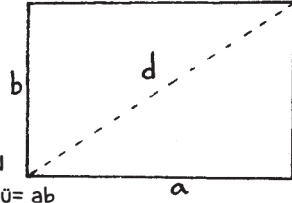
Bazı insanlar böyle kaba mektuplar yazmadan önce biraz düşünmelidirler. Her şeyden önce biz bu kitabı genç okurlarımız için yazıyoruz ve onlar da modern kelimeleri tercih ediyorlar. Bu nedenle kelimenin Latince çoğul hâlini kullanmamızı beklemeniz sanınız pek doğru olmayacaktır. İşte bu kadar.

İHTİYACINIZ OLABİLECEK TÜM ŞEKİL VE FORMÜLLER

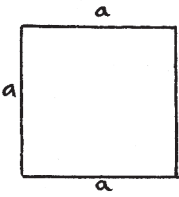
İşte tüm zamanların en çok sevilen, aranan hemen hemen tüm hesapları yapmanıza yardımcı olacak Top 12 şekil ve formüller listesi.



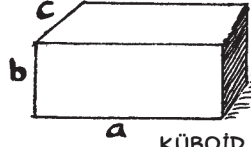
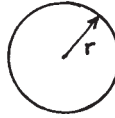
ÜÇGEN
Yüz ölçümü = $\frac{1}{2} bh$



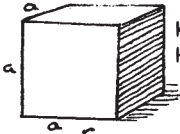
DÖRTGEN
Yüz ölçümü = ab
Çevre = $2(a+b)$
Köşegen = $\sqrt{a^2+b^2}$



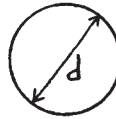
KARE
Yüz ölçümü = a^2



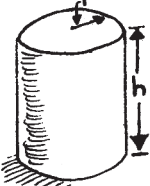
KÜBOİD
Hacim = abc



KÜP
Hacim = a^3

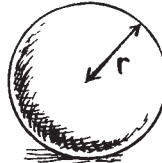
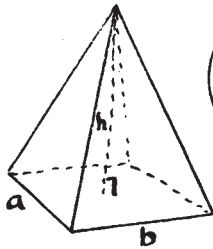


DAİRE
Yüz ölçümü = Πr^2 ya da $\frac{\Pi d^2}{4}$
Çevresi = $2\Pi r$ ya da Πd



SİLİNDİR
Hacim = $\Pi r^2 h$

PİRAMİT
Hacim = $\frac{1}{3} abh$



KÜRE
Hacim = $\frac{4}{3} \Pi r^3$

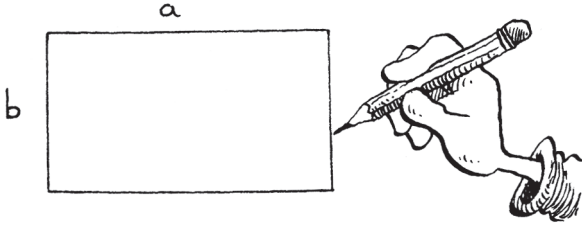
Eğer bu formüllerle ne yapacağınızı bilmiyorsanız bu bölümün devamı sizlere neler olup bittiğini açıklayacak. Eğer burada ihtiyacınız olan formülleri göremezseniz merak etmeyin. Kitabın devamında biraz daha sabırlı ve cesursanız *belki ASLA ihtiyacınız olmayacak bir sürü şekil ve formülle karşılaşacaksınız.*

Formüller ne işe yarar?

Bir formülün yaptığı şey size bir dizi küçük işlemler yapmanızı söylemesi, en önemlisi bu işlemleri *hangi sırada yapacağınızı* anlatmasıdır. Bu formüllere bir kere alıştığınızda hayatınızı nasıl kolaylaştırdıklarını göreceksiniz. Örneğin, halanıza bir dikdörtgenin alanını nasıl hesaplayacağını anlatmak isterseniz bunu şöyle ifade edebilirsiniz:

Bir dikdörtgenin alanı = Uzun kenarın uzunluğu x kısa kenarın uzunluğu.

Ama bu biraz sıkıcı bir yöntemdir bu nedenle insanlar genellikle şöyle bir resim çizerler:



Gördüğünüz gibi dikdörtgenin uzun ve kısa kenarları *a* ve *b* olarak akıllıca işaretlenmiş! Şimdi tek yapmanız gereken şey bir formül yazmak:

Bir dikdörtgenin alanı = $a \times b$

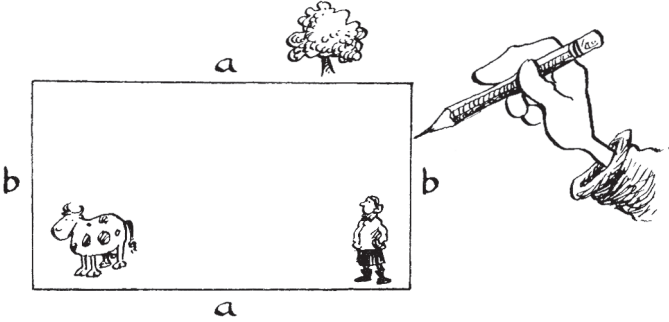
Bu çok daha açık bir ifade ancak henüz bitmemiş. Çarpma işlemi formüllerde çok fazla kullanıldığı için insanlar genellikle x işaretini çıkarırlar ve sadece iki çarpanı yan yana koyarlar. Böylece formülümüz şu hâli alır:

★ **Dikdörtgenin alanı = ab**

O hâlde, eğer halanızın 30 metre uzunluğunda ve 15 metre eninde dikdörtgen şeklinde bir tarlası varsa tek yapması gereken şey a ve b yerine 30 ve 15 yazmaktır. Böylece tarlasının alanının $= 30 \times 15 = 450$ metre kare olduğunu bulacaktır.

(Alanları daima *kare* cinsinden ifade edilir. İsterseniz metre kare için m^2 yazabilirsiniz, bu durumda cevap $450 m^2$ olacaktır.)

Şimdi de farz edin ki halanız tüm tarlasının etrafına çit çekmek istiyor, çitin uzunluğunun ne olması gerekir? Bir şeklin baştan başa etrafına **çevre** denir ve çevre uzunluğu tüm kenar uzunluklarının toplanmasıyla elde edilir. Tarlayı çizelim...



Gördüğümüz gibi baştan başa tüm çevre iki a ile iki b 'nin toplamıdır. Çevre = $2a + 2b$ diyebiliriz. Her iki parça da 2 ile çarpıldığı için formülü aşağıdaki gibi ortak paranteze alabiliriz:

★ **Dikdörtgenin çevresi = $2(a + b)$**

Parantez dışında bir rakam olması bu rakamla parantez içindeki her şeyin çarpılması anlamına gelir. Eğer $a = 30$ ve $b = 15$ yazarsak çevre $= 2(30 + 15)$ ifadesini elde ederiz.

İşte formüllerle ilgili unutmamanız gereken çok önemli bir şey: Paranteziniz olduğunda *ilk olarak her zaman parantezin içini hesaplayın!* Formülümüze göre çevre $= 2(45)$, o hâlde $2 \times 45 = 90$ 'dir. Çitimizin uzunluğu bu olmalıdır.

Şimdi de halanızın tarlasının bir köşesinden diğer köşesine en kısa yolu bulmayı istediğini farz edin.



Halacığınız tarlanın köşegeni boyunca koşuyor olacak ve bu köşegenin uzunluğunu hesaplamak için de bir formülümüz var:

$$\star \text{Dikdörtgenin köşegeni} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

(Eğer antik Yunanlı matematikçi Pitagoras'ı duydysanız bu formül onun ünlü teoreminden gelmektedir. Eğer Pitagoras'ı duymadıysanız bu formül *hâlâ* onun teoreminden gelmektedir ve bu konuda yapabileceğiniz bir şey yok!)

Bir hesaplamanın üzerinde karekök işareti $\sqrt{\quad}$ retini gördüğünüzde bunu parantez işareti gibi ele alın yani ilk önce karekök işareti altındaki hesaplamayı yapın sonra sonucun karekökünü alın. O hâlde $a=30$ ve $b=15$ olarak yazıp $\sqrt{30^2+15^2}$ elde ederiz. Önce üssü yani “kare”leri hesaplarız ve $\sqrt{900+225}$ bu bize sonucunu verir. Karekökün içindeki toplamayı yaparak hesabı bitiririz ve $\sqrt{1125}$ elde ederiz. Son olarak karekök işlemi yapmamız gerekiyor, bir dahi olmadığınız sürece hesap makinenizi alın ve 1125’in karekökünü halanıza sonucu söyleyin:



Elbette biraz sağduyulu olmakta fayda var. Tarlanın ortasında panik içinde, elinde sivri bir kalem tutan dev bir elden kaçan birisine verilen 33,5 metre cevabı kesinlikle yeterlidir.

Oyunun sırası

Buraya kadar formülleri doğru sırayla hesaplamanın önemini anlamış olmalısınız. Eğer şüpheniz varsa şu listeye bakın:

Formülü uygulamanız için işlem sırası		
1	()	2 ile 4. maddeler arasındaki işlem sırasını kullanarak önce parantez içindeki hesaplamaları yapın.
2	x^3 \sqrt{q}	Üssü ve karekök hesaplamalarını yapın.
3	\times \div	Çarpma ve bölme işlemlerini yapın.
4	$+$ $-$	Toplama ve çıkarma işlemlerini yapın.
5		Parantez içindeki sayılar tek sayıya indiğinde parantezi kaldırın. Daha sonra geriye kalanlar için 2-4. maddeler arası işlemleri uygulayın.
Bu kurallara her zaman uyulması gerekmektedir!		







Bu listede eksik olan tek işlem SIN, COS ve TAN gibi *trigonometri* hesaplamalarıdır ama neyse ki bu hesaplamalar pek fazla karşımıza çıkmaz. Bununla birlikte trigonometri hesapları üslü değerlerden sonra, x ve \div 'den önce gelir.

SAYILAR, PIZZA DİLİMLERİ VE UZAYLI TERCÜMANLAR

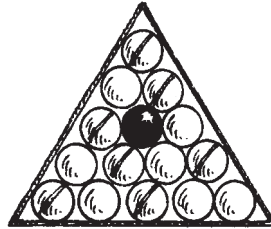
Matematik her türlü ilginç sayısal şekiller üretir ve aynı boyuttaki birtakım küreler ile oynayarak bu formülleri kendi kendinize deneyebilirsiniz. Eğer normal bir insansanız portakal ya da bilye kullanabilirsiniz ama eğer bir uzay laboratuvarınız varsa maket gezegenler ve uydularla da bunu yapabilirsiniz.

Üçgen ve dört yüzlü (tetrahedral) sayılar

Önce kürelerinizi aşağıdaki gibi üçgen şekillerde düzenleyin.

ÜÇGEN	T_1	T_2	T_3	T_4
DÜZENLEME				
KÜRE SAYISI	1	3	6	10

İlk örneğin bir üçgen olmadığını kabul ediyoruz ama yine de onu da sayıyoruz. Her bir üçgendeki küre sayısı üçgen sayısıdır. İlk üçgen sayısı (Kısaca T_1 olarak adlandırabiliriz.) 1'dir, ikincisi (ya da T_2) 3'tür, $T_3=6$, $T_4=10$ 'dur. Eğer bilardo oynuyorsanız beşinci üçgen sayısı olan 15 ile karşılaşacaksınız çünkü oyun üçgen bir kalıp içinde toplanan 15 adet topa vurularak başlar yani $T_5=15$ 'dir.

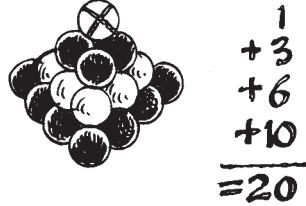
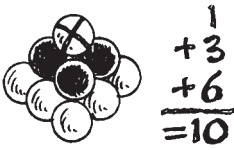


İstedığınız büyüklükte üçgen yapabilirsiniz ve işte üçgeniniz için kaç adet küreye ihtiyacınız olduğunu nasıl hesaplayacağımız:

$$\star \text{ n'inci üçgen sayısı } T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Eğer bu formülün nereden geldiğini merak ediyorsanız bunu Daha Öldürücü Matematik kitabından bulabilirsiniz.

Şimdi yaptığımız üçgenleri alıp üst üste koyarak üç yüzü bir piramit oluşturalım.



İşe ilk üçgenimizle başlıyoruz o nedenle bir adet küremizi alıyoruz. Eğer bunu ikinci üçgenimizin üstüne koyarsak bu küçük piramidimiz için gereken küre sayısı $1+3=4$ 'dür. Eğer bunu üçüncü üçgenimiz üzerine koyarsak $1+3+6=10$ küreye ihtiyacımız olur. Son olarak eğer bu piramidi dördüncü üçgenimizin üzerine koyacak olursak $1+3+6+10=20$ küreye ihtiyacımız vardır.

Her seferinde dört yüzü (tetrahedral) adı verilen daha ve daha büyük bir üçgen piramit elde ederiz.